Methodenlehre I

Mitschrift der Vorlesung von
Prof. Dr. Hans-Peter Krüger
im WS 06/07

Roland Pfister

Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Inhaltsverzeichnis

0. Vorwort

Dozent: Prof. Dr. H.-P. Krüger

Termin: Montag, 16:00 – 17:30, Külpe Hörsaal

Klausur:
- Termin: 28.09.07
- Stoff: 60% Forschungsmethoden, je 20% Statistik und Vorlesung

Web: www.izvw.de
User: student
PW: Fahrtauglichkeit

1. Einführung

1.1. Auf der Suche nach der Seele

1.1.1. Philosophische Ansätze

In den philosophischen Traditionen findet sich eine Dichotomie der Seele als geistige Entität („Hauchseele"; Dualismus) bzw. als Teil des Körpers (Monismus).

Ausgewählte philosophische Positionen:

- Aristoteles: Die Seele sorgt für das funktionieren des Körpers. Die verschiedenen Arten (Pflanzen-, Tier- und Menschenseele) stehen in einem hierarchischen Verhältnis zueinander.
- Plato: Die Seele entsteht aus der Vernunft, dem Mut und der Begierde und ist dabei immer abhängig von der Umwelt. Seine Position kann als Vorreiter des psychoanalytischen Verständnisses gesehen werden, da die Seele als „Lenker" des Körpers verstanden wird.
- Descartes: Das Ich ist das was übrig bleibt, wenn man alles wegdenkt was wegzudenken ist.

1.1.2. Charakteristika der wissenschaftl. Antwort

Nach Schopenhauer hängt die Partnerwahl von vier Kriterien ab: 1.) Alter, 2.) Gesundheit, 3.) Baus des Skeletts und 4.) „fleischliche Fülle" („ein voller Busen" aber nicht fett). Diese vier Kriterien werden als absolute Kriterien bezeichnet, daneben gibt es jedoch auch relative Kriterien: beide Partner müssen sich gegenseitig neutralisieren (je männlicher der Mann, desto weiblicher die Frau).

Schopenhauer vertritt also die Auffassung, dass Gegensätze sich anziehen – nennt jedoch keine Möglichkeiten, diesen Ansatz gegenüber der Volksweisheit „Gleich zu gleich gesellt sich gern" zu validieren. Dies vermag nur das wissenschaftliche Vorgehen.

Eine Studie zu diesem Thema wurde von Cattell und Nesselroade durchgeführt, die die Ähnlichkeit von Partnern auf bestimmten Persönlichkeitsdimensionen mit der zeitlichen Stabilität der Ehe korrelierten – und fanden Evidenz für die eben zitierte Volksweisheit.

Eine wissenschaftliche Antwort auf eine allgemeine Frage beruht dabei immer auf folgenden Schritten:

- Operationalisierung der Fragestellung
- Festlegung von UV, AV, Stichprobe und Situation
- Durchführung (interne Validität!)
- Parameterschätzung
- Prüfung der Repräsentativität des Ergebnisses (externe Validität)
- Beantwortung der allgemeinen Frage auf Basis empirischer Daten.

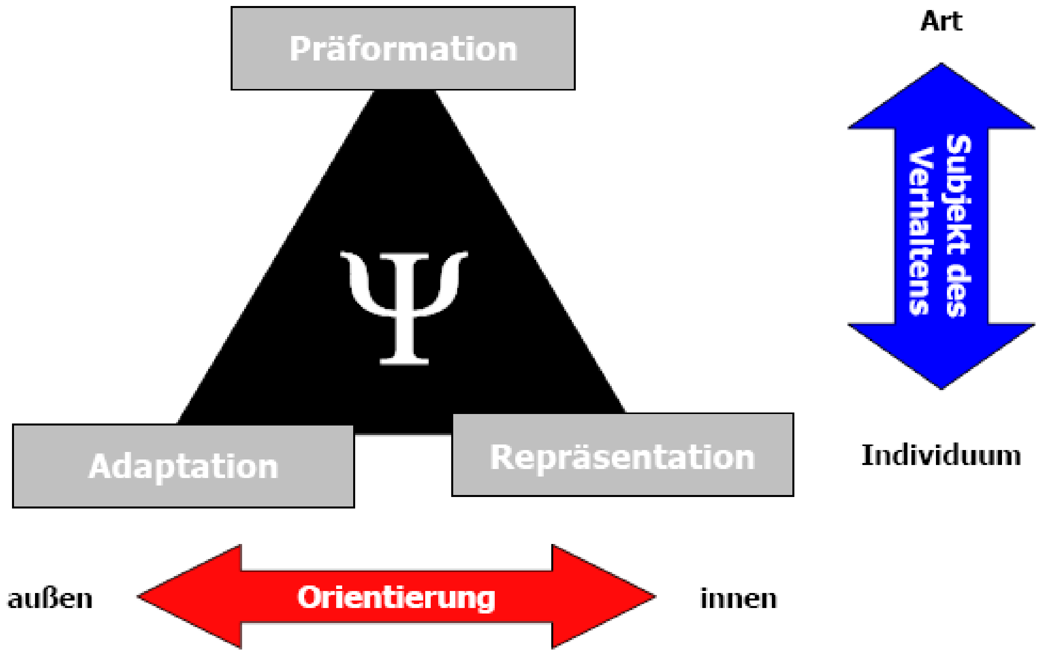
Dabei verhalten sich Operationlalisierung (Frage untersuchbar machen) und Parameterschätzung (Verallgemeinerung der Ergebnisse) sowie interne und externe Validität gewisserweise gegenläufig – das letztere ist jedoch jeweils vom ersteren abhängig.

Das wissenschaftliche Vorgehen umfasst dabei immer:

- Das Modell der Logik
- Datenmodell
- Stichprobenmodell
- Modell der Versuchsdurchführung
- Statistische Modellierung
- Modelle der externen Validität

1.2. Modellvorstellungen der Psychologie

Die heutige Psychologie lässt sich nicht klar in eine wissenschaftliche Tradition einordnen und umfasst Aspekte der Biologie (Präformation), des Behaviorismus (Adaption) sowie kognitive Theorien (Repräsentation).



Die einzelnen Ansätze sollen im Folgenden kurz charakterisiert werden.

1.2.1. Präformation: Das biologische Modell

Die Einheit von der die Biologie ausgeht ist die einer Art (Genpool). Diese entwickelt sich jedoch in Wechselwirkung mit der Umwelt (Phylogenese), wobei jedes einzelne Individuum der Art ebenfalls in einem wechselseitigen Beeinflussungsverhältnis mit der Umwelt steht (Ontogenese). Durch die Replikation der Individuen entsteht eine gewisse Kontinuität im Genpool, durch Rekombination und Mutationen ist allerdings auch eine gewisse Variabilität gegeben.

Merkmale, die sich evolutionär als weniger bedeutsam herausstellten werden als rezessive Merkmale gespeichert und werden somit nur mit einer niedrigen Wahrscheinlichkeit im Phänotyp ausgeformt, dienen der Art aber trotzdem als Erfahrungsspeicher.

Verhalten wird im Rahmen der Präformation also vor allem über Vererbung erklärt – es erfolgt also zwangsläufig eine Konzentration auf angeborene Verhaltensweisen (Isolationsexperimente, Kulturvergleich, Appetenzverhalten).

1.2.1.1. Humanethologie

Die Humanethologie kann als Biologie des menschlichen Verhaltens definiert werden und erforscht, welche physiologischen Mechanismen dem Verhalten zugrunde liegen (proximat), wie das Verhalten evolutionär entstanden ist (ultimat) und wie es sich entwickelt.

Die Psychologie verwendet jedoch wenig ultimate Erklärungen (vor allem aufgrund mangelnder empirischer Überprüfbarkeit) und beschränkt sich bei proximaten Erklärungen auch nicht auf physiologische Mechanismen – und ist somit durchaus von der Humanethologie abzugrenzen.

1.2.1.2. Beispiel: Sprachverhalten

Die Sprache kann in ihrer Gesamtheit durch Ethogramm (unterschiedliche beteiligte Ausdruckskanäle; z.B. Blickkontakt), Topogramm (räumliche Abstimmung; z.B. Distanzzonen) und Chronogramm (zeitliche Abstimmung; Speech Chronemics) beschrieben werden.

Interessant ist, dass die verbale Information der Sprache nicht immer entscheidend ist (verbal groaming; backchannels) und auch viele Informationen beispielsweise in der zeitlichen Dynamik der Sprache enthalten sind.

1.2.1.3. Soziobiologie

Die Soziobiologie erforscht unter anderem das Entstehen von evolutionär stabilen Strategien, woran sich einmal mehr zeigt, dass der biologische Ansatz ein Ansatz der Art und nicht des Individuums ist.

Insofern kann die Psychologie zwar als durchaus von dem biologischen Ansatz beeinflusst angesehen werden, es zeigen sich jedoch auch deutliche Unterschiede.

1.2.2. Adaptation: Der Behaviorismus

Der Ansatz des Behaviorismus kann auf die Experimente Ivan Pavlovs zum bedingten Reflex zurückgeführt werden. Andere berühmte Vertreter sind Watson, Thorndike und Skinner.

Das behavioristische Vorgehen ist durch eine S-R-Methodik (und damit verbunden die Annahme einer black box), Außenorientierung (das Verhalten ist von Außenreizen gesteuert) und Adaptation (Lernen als zentrale Eigenschaft) gekennzeichnet.

Ein Beispiel für einen behavioristischen Ansatz stellt Bechterews Milieutheorie dar: Durch die Beobachtung des Aufbaus bedingter Reflexe bei Kindern und der Annahme, dass Verhalten komplett außengesteuert ist, kam Bechterew zu dem Schluss, dass die Todesstrafe abgeschafft werden müsste und vielmehr dafür zu sorgen sei, dass die Bedingungen für die Entstehung kriminellen Verhaltens abgeschafft werden.

Radikale behavioristische Theorien, wie etwa im Sinne Watsons, weißen eine Perspektive auf, die stark aufs Individuum gerichtet ist und sind somit der heutigen Psychologie sehr ähnlich. Die strikte Ablehnung von Präformation und Kognition sind jedoch nicht mit ihr vereinbar.

1.2.3. Repräsentation: Der Kognitivismus

Wichtige Vorreiter der kognitiven Psychologie sind Wundt mit seiner Einrichtung des ersten psychologischen Instituts (und der damit verbundenen Etablierung der Psychologie als eigene Wissenschaft) sowie Weber und Fechner, die die eigene Metrik der psychischen Welt postulierten und erforschten (Fechner: Ebenmerklichkeit als Einheit der psychischen Metrik).

Helmholtz ging davon aus, dass Wahrnehmung eine mentale Tätigkeit ist, die die objektive Realität nicht abbildet (etwa im Sinne des Behaviorismus) sondern verarbeitet: die Welt wird aus den proximalen Reizen konstruiert.

Eine weitere Steigerung dieses Gedankens findet sich in gestaltpsychologischen Überlegungen wie sie beispielsweise von Wertheimer formuliert wurden (Gestaltgesetz der Nähe, Ähnlichkeit, durchgehenden Linie, amodalen Ergänzung und des gemeinsamen Schicksals): „Die Gestalt bestimmt die Qualität des Einzelelements“.

1.2.3.1. Erkenntnis bei Kant

Kant geht davon aus, dass eine Erkenntnis über „die Dinge an sich“ nicht möglich ist, da Empfindungen – auf denen die Erkenntnis letztendlich beruhen muss – immer an Raum und Zeit gebunden sind (sensorische Ereignisse).

Kant unterscheidet dabei zwei Arten von Empfindungen: äußerer Sinn (Abbildung der objektiven Welt auf dem Sinnesorgan; Naturwissenschaften) und innerer Sinn (man kann sich selbst beim Denken zusehen und sogar feststellen wie man sich etwas vorstellt: empirische Psychologie).

1.2.3.2. Verdopplung des Gegenstandes

Ein großes Problem der kognitiven Psychologie ist die Verdopplung des Gegenstandes durch die Erstellung einer Repräsentation, da nicht klar ist, in welchem wechselseitigen Verhältnis diese beiden „Objekte“ zueinander stehen.

1.2.3.3. Spieltheorie

Ein weiterer Ansatz ist der der Spieltheorie, die die Realität über die wiederholte Anwendung einfacher Regeln erklärt (Spiel = Eingangsgröße → Regel → Ausgangsgröße (= neue Eingangsgröße)).

1.3. Psychologie als „Drei-Welten-Lehre“

Die Psychologie steht unentschieden zwischen den drei skizzierten Theorien der Präformation, Adaption und Repräsentation – was auch beispielsweise in den verwendeten Methoden zur Datengewinnung zum Ausdruck kommt:

- Verhaltensbeobachtung (Adaption)
- Physiologische Maße (Biologie)
- Subjektive Maße (Repräsentation)

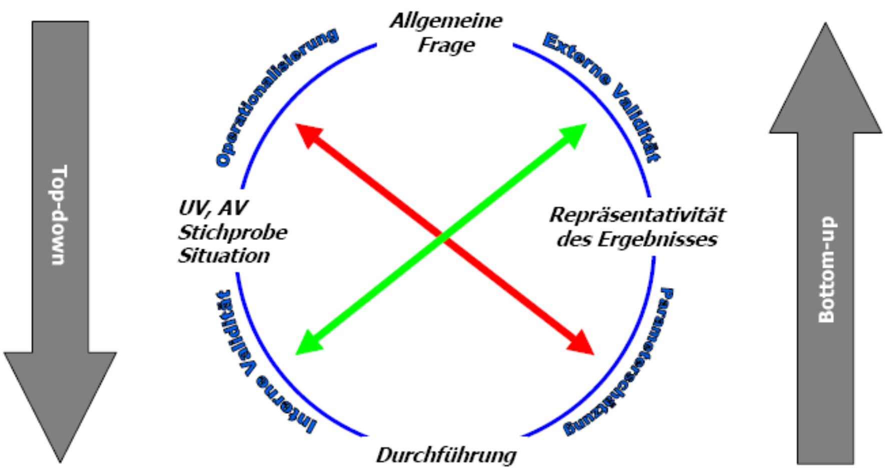
[Anmerkung: Eccles und Popper unterscheiden in ihrer Drei-Welten-Theorie eine Welt der physikalischen Gegenstände und Zustände, eine Welt der Bewusstseinszustände (Subjektives Wissen) sowie eine dritte Welt des Wissens im objektiven Sinne.]

2. Das wissenschaftliche Vorgehen

Ziel einer jeden Wissenschaft ist es, die interessierenden Phänomene a) zu benennen und b) zu erklären. Das wissenschaftliche Vorgehen (siehe auch 1.1.2) umfasst dabei immer:

- **Das Modell der Logik**
  - Ist ein kausaler Zusammenhang von S und M ($S \to M$) nachgewiesen, wenn gezeigt wird, dass $S \to M$ und $\neg S \to \neg M$?
- **Datenmodell**
  - Umwandlung der Alltagsbegriffe S und M in wissenschaftliche Begriffe.
  - Verwendung von S als UV und M als AV.
- **Stichprobenmodell**
  - Festlegung der Zielpopulation: Für wen soll die theoretische Aussageverknüpfung gelten?
  - Auswahlverfahren der Stichprobe
- **Modell der Versuchsdurchführung**
  - Prüfung und Sicherstellung der internen Validität
- **Statistische Modellierung**
  - Inferenzstatistische Hypothesentests: $P(E \mid H_0) \leq \alpha$?
  - Frage nach der Generalisierbarkeit von Stichprobenparametern (Parameterschätzung)
- **Modelle der externen Validität**
  - Wie repräsentativ ist die UV für S und die AV für M?
  - Wie repräsentativ ist die Stichprobe für die Population?
  - Wie repräsentativ ist die Untersuchungssituation?

Wie an dem eben skizzierten Verlauf deutlich wird, muss eine allgemeine Frage zunächst auf ein untersuchbares Kriterium reduziert werden (top down) um schließlich Antworten auf den allgemeinen Zusammenhang aus den Daten ableiten zu können:



Im Folgenden sollen vor allem die ersten Schritte des Forschungsprozesses näher betrachtet werden: das Beschreiben eines Zusammenhangs im Sinne wissenschaftlicher Methoden.

Logik als „vernünftiges Denken“:

- Aussagenlogik und Prädikatenlogik
- Logische Beweise
- Logische Grundlagen der Methodenlehre

Die Bildung wissenschaftlicher Begriffe:

- Semiotische Grundlagen
- Mengentheoretische Grundlagen (Mengen, Abbildungen, Relative)
- Begriffe als wissenschaftliche Modelle
- Modellbildung und Modelltypen
- Modelle als homomorphe Abbildungen empirischer Relative

Messtheorie als Grundlage wissenschaftlicher Begriffe:

- Messen als Abbildung empirischer in numerische Strukturen
- Messmodelle bei fehlerfreier Messung
- Messmodelle bei Messungen mit Fehlern
- Praktische Probleme des Messens

3. Logik als „vernünftiges Denken“

Die formale Logik beschäftigt sich mit den allgemeinen Strukturen des richtigen Denkens und stellt Regeln für die Bildung von Begriffen, Aussagen und Schlüssen bereit. „Richtiges Denken“ ist nach Aristoteles dabei nicht durch dessen Inhalt gekennzeichnet, sondern durch sein Muster – das „Wie“ des Denkens.

3.1. Aussagenlogik und Prädikatenlogik

Die Aussagenlogik lässt sich durch folgende Fragestellung beschreiben:

„Wie hängt die Wahrheit von Aussageverbindungen von der Wahrheit der verbundenen Aussagen ab?“

Die Prädikatenlogik hingegen beschäftigt sich nicht mit dem Wahrheitsgehalt der Aussagen und dessen Konsequenz, sondern untersucht die Struktur der Aussagen und kann daher als Erweiterung der Aussagenlogik gesehen werden:

„Welche Strukturen können Aussagen haben, für wen gelten sie und welche Schlüsse sind aus unterschiedlichen Aussagen erlaubt?

3.1.1. Die Aussagenlogik

3.1.1.1. Definition einer Aussage

Eine Aussage (a, b, c,…) spiegelt einen Sachverhalt wider, in dem einem Objekt ein Merkmal zugesprochen wird. Eine Aussage ist dabei entweder wahr oder falsch (zweistellige Logik): Der Wahrheitswert der Aussage ist entweder W (wahr) oder F (falsch). Wird eine Aussage a negiert ($\neg a$), kehren sich ihre Wahrheitswerte um.

Die Festlegung der Wahrheit einer Aussage ist dabei eine inhaltliche Aufgabe und keine logische. Kann der Aussage kein Wahrheitswert zugesprochen werden (z.B.: x + 5 > 20), liegt auch keine Aussage vor.

Elementare Aussagen können miteinander verknüpft werden und ergeben dann Aussageverbindungen, beispielsweise: „Wenn es regnet, ist die Straße nass“. [Aussage 1: „Es regnet.“, Aussage 2: „Die Straße ist nass.“; Verknüpfung: „Wenn…dann“ (Implikation)].

3.1.1.2. Junktoren

Aussagen können also über Junktoren miteinander verknüpft werden. Die vier wichtigsten Junktoren sind:

Name des Junktors	Umgangssprachl. Bedeutung	Logisches Symbol	Alternative Schreibweise
Konjunktion	Und	$\wedge$	AND
Disjunktion	Oder	$\vee$	OR
Implikation	Wenn…dann	$\rightarrow$	IMP
Äquivalenz	Genau dann, wenn	$\leftrightarrow$	EQV

3.1.1.3. Rechnen mit logischen Ausdrücken

Um zu bestimmen, ob zwei Aussageverknüpfungen äquivalent sind, muss diese für alle Kombinationen von Wahrheitswerten der beinhalteten Aussagen bestimmt werden.

3.1.1.4. Besondere Verknüpfungen

Ein aussagenlogischer Ausdruck ist eine Tautologie, wenn er bei jeder möglichen Kombination von Wahrheitswerten der beteiligten Aussagen zu einer wahren Aussage führt (z.B. Satz vom ausgeschlossenen Dritten):

$A = a \vee \neg a$ (Tautologie)

Ein aussagenlogischer Ausdruck ist eine Kontradiktion, wenn er bei jeder möglichen Kombination von Wahrheitswerten der beteiligten Aussagen zu einer falschen Aussage führt, z.B.:

$A = a \wedge \neg a$ (Kontradiktion)

3.1.2. Logisches Schließen (Logische Beweise)

Logisches Schließen besteht darin, dass man über Schlussregeln aus mehreren gegebenen Aussagen (Prämissen) über eine implikative Verknüpfung eine neue Aussage (Conclusio) gewinnt. Ein Schluss ist nur dann gültig, wenn diese Implikation eine Tautologie ist.

Prämissen	Implikation	Conclusio
$A_1, A_2, ..., A_n$	$\rightarrow$	B

Diese Schlussform ist also nur dann gültig, wenn der folgende aussagenlogische Ausdruck eine Tautologie ist:

$$A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_n \quad \rightarrow \quad B$$

Es gibt dabei einige besondere Schlussformen, von deinen eine Auswahl exemplarisch aufgeführt wird:

- Ex falso quodlibet („Aus Falschem (bzw. Wiedersprüchlichem) folgt beliebiges“): $a \wedge \neg a \rightarrow b$, dabei ist b beliebig.
- Ex quodlibet verum („Das Wahre wird von jeder Aussage impliziert“): $b \rightarrow a \vee \neg a$.
- Reductio ad absurdum (Ad absurdum führen; Sokratische Methode): $(a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow \neg b) \rightarrow \neg a$.
- Modus ponendo ponens (lat. durch Bejahung bejahende Schlussweise): $\left[(a \rightarrow b) \wedge a\right] \rightarrow b$
- Modus tollendo tollens (lat. durch Verneinung verneinende Schlussweise): $\left[(a \rightarrow b) \wedge \neg b\right] \rightarrow \neg a$
- Modus barbara (Kettenschluss (n=3)): $\left[(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)\right] \rightarrow (a \rightarrow c)$.

3.2. Logische Grundlagen der Methodenlehre

Siehe unten (6.1ff.) bzw. Methodenlehre II.

4. Die Bildung wissenschaftlicher Begriffe

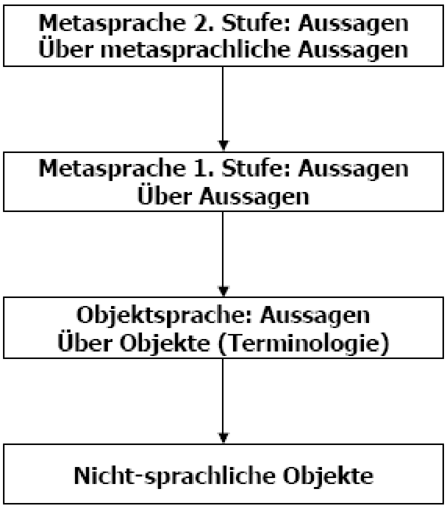
Aus der Sprache selbst kann nicht auf Sinn oder Sinnlosigkeit des Gesagten geschlossen werden. Ein mögliches Kriterium ist Wahrheit (das Gesagte trifft auf den bezeichneten Sachverhalt zu).

In diesem Zusammenhang steht auch der Prozess der Operationalisierung, bei dem die Alltagsbegriffe der Fragestellung durch wissenschaftlich-methodische Anweisungen (Operationen) definiert werden.

Dies wird gerade durch Vorgehensweise der Prädikatenlogik möglich, bei der die Schlussfolgerungen ermittelt werden, die auf einer Aussage möglich sein. In der Wissenschaft sind vor allem All-Sätze von großer Bedeutung.

Allsätze (Allquantor $\forall x$ = für alle x gilt) sind dabei niemals vollständig verifizierbar, aber eindeutig falsifizierbar. Existenzsätze (Existenzquantor $\exists x$ = es gibt mindestens ein x für das gilt) spielen in der Wissenschaft eine untergeordnete Rolle, da sie sich nicht in wissenschaftliche Hypothesen umformen lassen (nicht falsifizierbar).

4.1. Sprachierarchie



Eine weitere wichtige Unterscheidung ist die von Objektsprache und Metasprache: Der Teil der Wissenschaftssprache, mit dem man über nicht-sprachliche Gegenstände einer Wissenschaft spricht, wird Objektsprache genannt (Aussagen über Objekte).

Dagegen ist jede Sprache, mit der über eine Sprache gesprochen wird eine Meta-Sprache (Aussagen über Aussagen).

Es ist dabei zu beachten, dass Aussagen nur auf einer Sprachebene getroffen werden können. Werden die beiden Ebenen vermischt, so kann eine paradoxe Aussage resultieren:

„Ein Kreter sagt: „Alle Kreter lügen.““

Objektsprache Metasprache

4.2. Sprache in der Psychologie

Nach den eingangs angeführten Überlegungen zur Funktion und Bedeutung von Sprache, stellt sich die Frage, ob es in der Psychologie (insbesondere im Erleben) überhaupt einen definierbaren Gegenstandsbereich (also nicht-sprachliche Objekte) gibt. Oder anders formuliert: „Was bezeichnet Sprache?".

Wittgenstein stellte in diesem Zusammenhang die These auf, dass man keine Begriffe braucht, um sich selbst zu beobachten (hier gibt es kein „wahr"): Alle Zustände und Erinnerungen sind durch deren mentale Repräsentation ausreichend definiert (Unterscheidung von Sachverhalt und Aussage).

Dies hat zur Folge, dass der Gegenstand selbst eigentlich nicht essentiell wichtig ist für die Sprache; viel wichtiger ist es, dass andere verstehen, was gemeint ist. Sprache ist also nur zur Kommunikation sinnvoll.

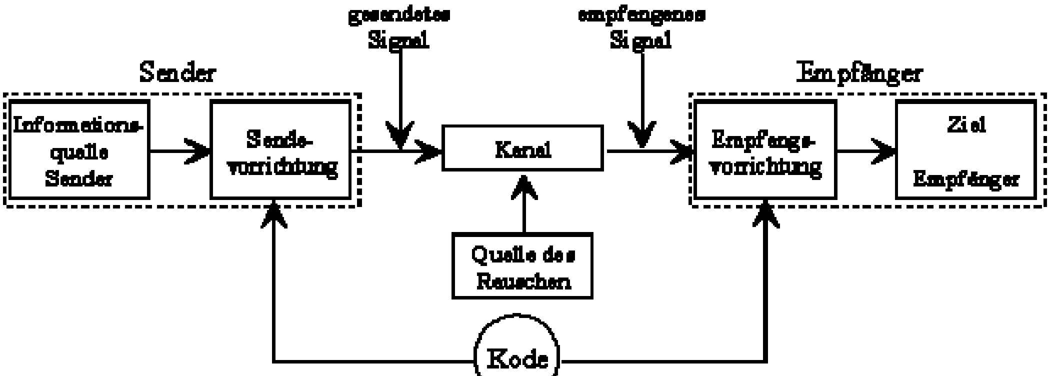
4.3. Sprache als Kommunikation

Als Kommunikation bezeichnen wir die intentionale Übertragung von Informationen mittels eines bestehenden Zeichensystems:

Sender → Kanal → Empfänger

Über den Kanal werden Signale vermittelt, sodass dieser Sender und Empfänger verbindet. Dieses Signal kann jedoch an jeder Stelle durch Rauschen gestört werden.

Diese einfache Annahme liegt auch der Informationstheorie von Shannon und Weaver (1949) zugrunde:



Allerdings differenziert diese Theorie zwischen der Information und der Sendevorrichtung (transmitter), die die Nachricht enkodiert und damit zum Signal umformt. Die Empfangsvorrichtung (receiver) dekodiert das Signal über den entsprechenden Code und leitet sie zum Empfänger (destination) weiter.

Übertragen wird also nicht die Information direkt, sondern deren Kodierung im Signal. Wichtig ist bei dieser Annahme, dass Sendevorrichtung des Senders und Empfangsvorrichtung des Empfängers den gleichen Code verwenden bzw. verstehen müssen, damit Kommunikation möglich wird.

Hinsichtlich der wissenschaftlichen Sprache sind die verwendeten Codes die Zeichen bzw. Ausdrücke, die mit einer bestimmten Bedeutung versehen werden.

4.4.Semiotische Grundlagen

Die Semiotik (auch: Humansemiotik) ist die allgemeine Lehre von Zeichen, Zeichensystemen und Zeichenprozessen. Sie ist aufgrund der Überlegungen von Shannon und Weaver (1949) daher von großer Bedeutung, um die Rolle der Sprache in der Wissenschaft zu begreifen.

4.4.1. Vom Signal zum Zeichen

Ein Zeichen (Signifikant) ist eine Klasse äquivalenter Signale, die für andere Dinge stehen oder sie bezeichnen (Signifikat). Ein Zeichen bezieht sich also auf eine Menge von Objekten oder Sachverhalten, die begrifflich gleich repräsentiert sind.

4.4.2. Begriffe

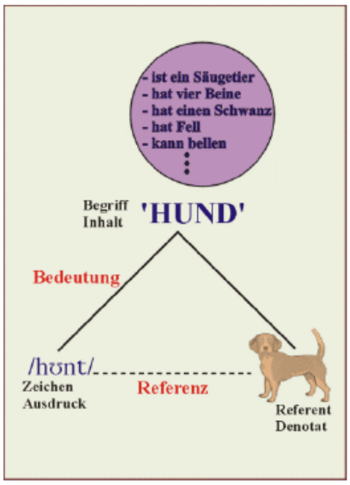
Ein Begriff B ist eine mentale Repräsentation, die Klassen von Objekten und Sachverhalten auf Grund ihrer invarianten Merkmale zu einem Ganzen zu-

zusammenfasst. Ein Begriff steht also für eine Menge von Objekten (siehe 4.5), für die eine bestimmte Aussage H(x) zutrifft:

$$B =: \forall_x \left(x \in B \leftrightarrow H\left(x\right) \right)$$

Beispiel: B = Hund; H = {Säugetier, vier Beine, kann bellen…}.

Ein Begriff kann dabei auf verschiedene Zeichen abgebildet werden, wie etwa ikonische Zeichen (Bilder) oder sprachliche Zeichen (Wörter). Die Abbildung des Begriffs in ein Zeichen nennt man die Bedeutung oder Semantik des Zeichens.



4.4.3. Das semiotische Viereck

Im sog. semiotischen Viereck, werden die Beziehungen zwischen den einzelnen Bestandteilen der Semiotik (Zeichenbenutzer, Zeichen, Begriff, Referenz) verdeutlicht. Dabei unterscheidet man:

- Syntaktik: Theorie der formalen Beziehungen zwischen Zeichen.
- Semantik: Theorie der Bedeutung als Beziehung zwischen Zeichen und Begriff.
- Pragmatik: Theorie der Beziehungen zwischen Zeichen und Zeichenbenutzern.
- Sigmatik: Theorie der Referenz als Beziehung zwischen Zeichen und Referenten.

4.4.4. Anforderungen an eine Wissenschaftssprache

Aus den dargelegten Grundlagen der (wissenschaftlichen) Sprache, lassen sich vier Forderungen an eine solche ableiten:

- Abbildungsregeln (von Objekten in Zeichen und Begriffe)
- Grundzeichen (wissenschaftliche Begriffe)
- Formregeln
- Umformungs-, Schluss- und Sinnregeln

4.5. Mengentheoretische Grundlagen

Im Folgenden sollen mengentheoretische Grundlagen der wissenschaftlichen Begriffsbildung erläutert werden, wie Mengen, Abbildungen und Relative.

4.5.1. Definition nach Cantor

„Unter einer „Menge" verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens[1] (welche die „Elemente" von M genannt werden) zu einem Ganzen". (Cantor, 1897).

Eine Menge kann demnach definiert werden als Aufzählung aller Elemente von M bzw. durch die Angabe einer die Menge M definierenden Eigenschaft.

[1] Durch den Bezug zu „Objekten…unseres Denkens" findet sich hier ein psychologisches Konzept in der Mathematik.

Die Eigenschaft eines Objektes sei x genannt, die Aussage (bzw. Eigenschaft) über das Objekt sei symbolisch dargestellt als H(x). Demnach gilt zwischen der definierenden Aussage H(x) und der durch diese Aussage definierte Menge M die Beziehung

$$\forall_x \left(x \in M \leftrightarrow H(x) \right).$$

Nach Cantor gibt es im Umkehrschluss auch zu jeder definierenden Aussage H(x) auch eine durch sei definierte Menge M (Existenzpostulat):

$$\exists_M \forall_X \left(x \in M \leftrightarrow H(x) \right).$$

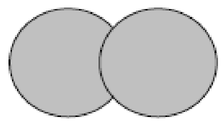
Diese Menge muss jedoch nicht mit empirisch vorfindbaren Objekten besetzt sein.

4.5.1.1. Zeichen der Mengenlehre

$\in$	„Element von“
$\notin$	„nicht Element von“
$\wedge$	und / Konjunktion
$\vee$	oder / Disjunktion
$x\,\vert$	Menge aller x, für die gilt…
$\neg$	nicht

4.5.1.2. Mengenbezeichnungen

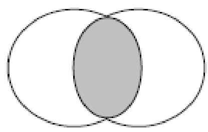
Unter einer Vereinigungsmenge versteht man die Summe (Vereinigung) von zwei oder mehr Mengen:



$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$.

Eine Vereinigungsmenge beruht demnach auf dem logischen Junktor „oder“.

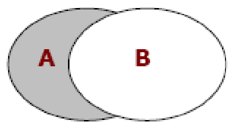
Eine Schnittmenge ist eine Menge von Elementen, die sowohl einer Menge A als auch einer Menge B angehören:



$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$.

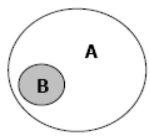
Eine Vereinigungsmenge beruht demnach auf dem logischen Junktor „und“.

Eine Differenzmenge beinhaltet alle Objekte, die in einer Menge A enthalten sind, in einer Menge B jedoch nicht:



$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$.

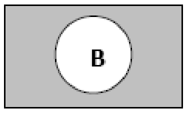
Eine Teilmenge beschreibt eine Menge von Elementen, die in einer anderen Menge enthalten sind.



$B \subset A$ (B ist in A enthalten)

Die Teilmenge entspricht also dem logischen Junktor der Implikation.

Unter einer Komplementärmenge versteht man die Menge alle Elemente, die in einer Menge B nicht enthalten sind:



$\neg B = \{x \mid x \notin B\}$.

Eine Menge mit null Elementen wird als leere Menge ($\varnothing$) bezeichnet.

Unter der Mächtigkeit n einer Menge versteht man die Anzahl der Elemente in der Menge ($n(\varnothing)=0$).

Die Potenzmenge p ist die Menge aller Teilmengen einer Menge M. Hat eine Menge M genau n Elemente, so beträgt die Mächtigkeit ihrer Potenzmenge 2^n:

$n(p(M)) = 2^{n(M)}$.

4.5.1.3. Das Kartesische Produkt

Das Kartesische Produkt zweier Mengen A und B ist definiert als die Menge aller geordneten Paare $\langle a,b \rangle$, deren erste Komponente Element in A und deren zweite Komponente Element in B ist.

$$A \times B := \{\langle a,b \rangle : a \in A \wedge b \in B\}$$

Beispiel:

A = {Fritz, Franz, Ferdl} und B = {Anna, Grete}

A x B = {⟨Fritz,Anna⟩, ⟨Fritz,Grete⟩, ⟨Franz,Anna⟩, ⟨Franz,Grete⟩, ⟨Ferdl,Anna⟩, ⟨Ferdl,Grete⟩}

	Anna	Grete
Fritz		
Franz		
Ferdl		

A x A = {⟨Fritz,Fritz⟩, ⟨Fritz,Franz⟩, ⟨Fritz, Ferld⟩, ⟨Franz,Fritz⟩, ⟨Franz,Franz⟩, ⟨Franz,Ferdl⟩, ⟨Ferdl,Fritz⟩, ⟨Ferdl,Franz⟩ ⟨Ferdl,Ferld⟩}

	Fritz	Franz	Ferdl
Fritz			
Franz			
Ferdl			

B x B = {⟨Anna,Anna⟩, ⟨Anna,Grete⟩, ⟨Grete,Anna⟩, ⟨Grete,Grete⟩}

	Anna	Grete
Anna		
Grete		

4.5.2. Relationen

Beziehungen zwischen Paaren (etwa solcher, die durch ein kartesisches Produkt zweier Mengen entstehen) werden durch eine Relationsvorschrift definiert. Diese bestimmt, welche geordneten Paare zur Menge R gehören.

Die Relation R ist also immer eine Teilmenge der Menge, die aus einem kartesischen Produkt zweier Mengen entsteht:

$$R \subset A \times B$$

Für die Relation R gilt also formal:

$$R = \forall_{a,b} \left(\langle a,b \rangle \in R \leftrightarrow aRb \right)$$

Aus den Mengen A und B des obigen Beispiels lässt sich für die Relation „ist verheiratet mit" die nebenstehende Teilmenge R aus A x B bilden

	Anna	Grete
Fritz		
Franz		
Ferdl		

Generell kann jede Menge mit sich selbst und jeder anderen Menge gekreuzt werden. Auf diesen Kartesischen Produkten können fragenspezifisch Relationen definiert werden. Für die folgenden Mengen der Psychologie sollen beispielhaft Relationen gebildet werden:

P = {Personen}; R = {Reize}; I = {Items, Aufgaben}; A = {Antwortmöglichkeiten}

Beispiele:

- P x P: Soziometrie („Neben wem willst du sitzen?")
- R x R: Paarvergleich („Welcher der beiden Reize ist schöner?")
- P x I: Testtheorie („Ist die Fähigkeit der Person P größer als die Schwierigkeit der Items I?")
- R x A: direkte Skalierung („Wie oft wird für welche Reiz welche Antwortkategorie gewählt?")

4.5.2.1. Eigenschaften binärer Relationen auf AxA

Empirisch gibt es unendlich viele Relationen auf dem kartesischen Produkt einer Menge mit sich selbst. Mathematisch lassen sich diese jedoch auf 5 Grundtypen zurückführen [$R \subset A \times A$]:

- R ist *reflexiv*, wenn für alle a $\in$ A gilt: a R a (z.B. wäscht sich", „=")
- R ist *symmetrisch* genau dann, wenn für alle a,b $\in$ A gilt: a R b $\rightarrow$ b R a (z.B. „Hans trifft Inge", „x = 2 $\rightarrow$ 2 = x").
- R ist *asymmetrisch* genau dann, wenn für alle a,b $\in$ A gilt: a R b $\rightarrow$ $\neg$(b R a) (z.B. „a ist größer als b").
- R ist konnex genau dann, wenn für alle a, b $\in$ A gilt: a R b $\vee$ b R a (z.B. „ist nicht billiger", „$\geq$").
- R ist *transitiv* genau dann, wenn für alle a, b, c $\in$ A gilt: a R b $\wedge$ b R c $\rightarrow$ a R c (z.B. „schöner", „>").

x				
	x			
		x		
			x	
				x

	x	x	x	x
x				
x				
x				
x				

x				
x	x			
x	x	x		
x	x	x	x	

x				
x	x			
x	x	x		
x	x	x	x	
x	x	x	x	x

	x	x		
x		x		
x	x			
				x
			x	

Zur Verdeutlichung der Relationsbegriffe reflexiv, (a)symmetrisch, transitiv und konnex soll die Relation „fahre in den Urlaub" betrachtet werden Die Relation ist reflexiv (jeder fährt mit sich selbst in den Urlaub), aber nicht symmetrisch (Peter will mit Fritz aber nicht umgekehrt). Sie ist nicht transitiv (Hans mit Peter, Peter mit Fritz aber Hans nicht mit Fritz) und auch nicht konnex (Hans nicht mit Fritz und Fritz auch nicht mit Hans).

	Hans	Peter	Fritz	Uli
Hans		Ja	Nein	Nein
Peter	Ja		Ja	Ja
Fritz	Nein	Nein		Nein
Uli	Nein	Ja	Ja	

4.5.2.2. Eigenschaften binärer Relationen auf AxB

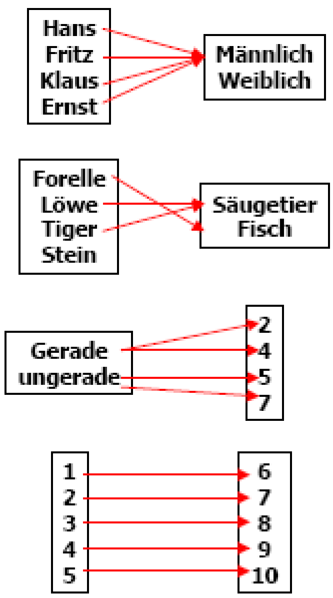
Gegeben sind zwei Mengen A und B. Die Relation $R \subset A \times B$ heißt:

- Linkstotal, genau dann, wenn für alle a $\in$ A ein b $\in$ B existiert, derart, dass a R b.
- Rechtstotal, genau dann, wenn für alle b $\in$ B ein a $\in$ A existiert, derart, dass a R b.
- Bitotal, genau dann, wenn R links- und rechtstotal ist.

- Linkseindeutig, genau dann, wenn für alle a_1, $a_2 \in A$ und alle $b \in B$ gilt: $a_1 R b \wedge a_2 R b \rightarrow a_1 = a_2$
- Rechtseindeutig, wenn für alle $a \in A$ und alle b_1, $b_2 \in B$: $a R b_1 \wedge a R b_2 \rightarrow b_1 = b_2$
- Eineindeutig, genau dann, wenn R links- und rechtseindeutig ist.

Dabei beziehen sich links-, rechts- und bitotal auf die Menge der Elemente, links-, rechts- und eineindeutig auf die Einzelelemente („Kriegt jeder genau einen Partner?"). Beispiel:

Relationen



Links-total	Rechts-total	Bitotal	Links-ein-deutig	Rechts-ein-deutig	Ein-ein-deutig
X				X	
	X			X	
X	X	X	X		
X	X	X	X	X	X

4.5.2.3. Das Relativ

Liegt eine Menge A mit einer oder mehreren Relationen R vor, wird dies als Relativ oder relationales System bezeichnet.

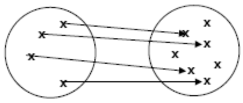
Formale Definition: Ist A eine nichtleere Menge und sind R_i mit i = 1, …, m Relationen auf A, ist das (m+1)-Tupel $A := \langle A, R_1, R_2, ..., R_m \rangle$ ein Relativ auf A. Bei der Ausgangsmenge kann es sich um ein Kartesisches Produkt auf A oder AxB handeln.

4.5.3. Abbildungen

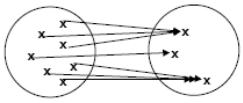
Abbildungen sind spezielle Relationen. Eine Abbildung einer Menge A in eine Menge B ist dann gegeben, wenn die zugrunde liegende Relation f linkstotal und rechtseindeutig ist.

Das Element f(a) aus der Menge B heißt der Wert einer Abbildung f für das Argument a. Die Menge A wird auch als Definitionsbereich, die Menge B als Wertebereich (Bildbereich) der Abbildung bezeichnet. Entscheidend ist, dass jedem Argument $a \in A$ durch f nur ein einziger Wert f(a) zugeordnet ist.

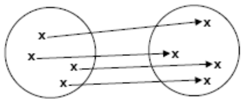
4.5.3.1. Eigenschaften von Abbildungen



Bei einer injektiven Abbildung liefern verschiedene a aus A verschiedene b aus B: die Abbildung ist linkstotal und eineindeutig.



Surjektive Abbildung: Jedes b aus B ist ein Bild eines a aus A. Die Abbildung ist bitotal und rechtseindeutig.



Bijektive Abbildungen sind bitotal und eineindeutig: Jedem a aus A wird ein spezifisches b aus B zugeordnet.

4.5.3.2. Abbildung von Relativen

Bisher wurde nur die Abbildung von Elementen bzw. Mengen aufeinander betrachtet. Nun soll die Abbildung von Relativen betrachtet werden.

Wird ein Relativ auf ein anderes abgebildet, werden nicht nur den Elementen des einen Systems Elemente des anderen zugeordnet, sondern es findet zusätzlich eine Abbildung der Relationen statt.

Man unterscheidet homomorphe Abbildungen (injektiv) und isomorphe Abbildungen (bijektiv).

Beispiel 1:

Fritz ist älter als Franz, der älter ist als Ferdl

A = {Fritz, Franz, Ferdl}

R = „ist älter als"

$\boldsymbol{A} := \langle A, R \rangle$

	Fritz	Franz	Ferdl
Fritz			
Franz			
Ferdl			

f: $\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$

3 ist größer als 2 und 2 ist größer als 1

B = {3, 2, 1}

S = „ist größer als"

$\boldsymbol{B} := \langle B, S \rangle$

	3	2	1
3			
2			
1			

Beispiel 2:

Gegeben sei das Relativ A := ⟨A, R⟩ und das Relativ B := ⟨B, S⟩ mit A = {1, 3, 5, 7} und R = ≤ B = {1, 2, 4, 9} und S = ≥

≤	1	3	5	7
1				
3				
5				
7				

≥	1	2	4	9
1				
2				
4				
9				

Gesucht wird eine Funktion f, die A in B isomorph abbildet. Wählt man: f(1) = 9, f(3) = 4, f(5) = 2 und f(7) = 1, resultiert

≥	f(1)=9	f(3)=4	f(5)=2	f(7)=1
f(1)=9				
f(3)=4				
f(5)=2				
f(7)=1				

5. Begriffe als wissenschaftliche Modelle

5.1.Modellbildung und Modelltypen

Ein Modell ist ein Objekt oder System, das ein anderes Objekt über Struktur-, Funktions- oder Verhaltensanalogien abbildet, und von einem Subjekt dazu eingesetzt wird, eine bestimmte Aufgabe lösen zu können.

Über ein Modell wird die Realität also auf eine bestimmte Fragestellung hin verkürzt.

Die Funktion eines Modells ergibt sich im Rahmen eines aus Subjekt (S), Original (O) und Modell (M) bestehenden Modellsystems in Abhängigkeit von der gegebenen Zielsetzung des Subjekts.

5.2.Modelle als homomorphe Abbildungen empirischer Relative

Bei Modellen wird unterschieden nach der Art des Relativs oder Systems, in welches das empirische System abgebildet wird: „Ein Modell ist eine homomorphe Repräsentation empirischer Relative. Dazu werden diese abgebildet in ein…

- Nicht-sprachliches Relativ (Realmodelle, Simulationsmodelle)
- Sprachliches Relativ (Wissenschaftliche Begriffe) oder ein
- Numerisches Relativ (Messmodelle, Quantitative Begriffe)

[Messen ist das Abbilden eines empirischen Relativs in ein numerisches.].

5.3.Fazit: Vorgehen bei Messmodellen

- Um ein Messmodell zu erhalten muss also zunächst eine Auswahl des Gegenstandsbereiches erfolgen (Auswahl der Elemente und der Relationen).
- Danach erfolgt die Auswahl einer empirischen Anordnung, die es erlaubt, die Eigenschaften der Relationen zu prüfen (z.B. Paarvergleich).
- Für die gefundene empirische Struktur muss ein numerisches Relativ gefunden werden, das die gleichen Struktureigenschaften aufweist.
- Hierdurch können den einzelnen Elementen des Gegenstandsbereiches Funktionswerte zugeordnet werden (Messen).

5.4. Psychologisch relevante Relative

Überträgt man die allgemeine Modellbildung in die Psychologie, erhält man die Frage: „Wie nimmt der Mensch die Welt wahr?“ (empirisches Relativ) und daraus die Frage: „Können diese psychischen Relative in Zahlen ausgedrückt werden?“. Oder: „Kann man Psychisches messen?“.

Diese Messoperation kann durch 4 verschiedene Modelle beschrieben werden:

- Klassifikationssysteme: „=“
- Ordnungssysteme: „>“
- Intervallsysteme: „>“ (inkl. Distanzen in Ordnungsrelation)
- Verhältnissysteme: „>“ (inkl. Verhältnisse in Ordnungsrelation)

6. Messtheorie als Grundlage wissenschaftlicher Begriffe

Eine Aufgabe der Wissenschaft ist es, die verwendeten Begriffe genau zu definieren.

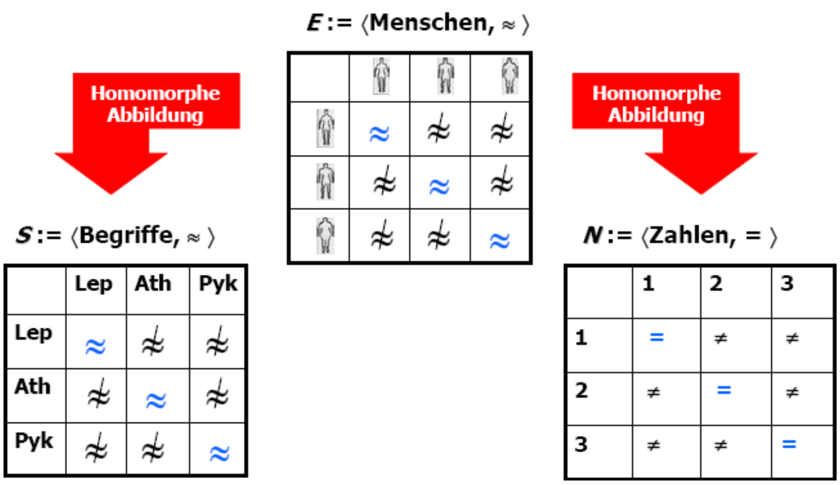
Es stellt sich jedoch die Frage, wann ein Begriff (z.B. Athlet, Pykniker, Leptosom) bedeutsam ist? Eine Antwort ist: „Wenn empirisch gleiches auch als gleich benannt wird.“. Die Elemente der Menge müssen also bezüglich des dem Begriff zugrunde liegenden Merkmals ununterscheidbar sein. Was sich hinsichtlich dieses Merkmals unterscheidet muss auch als ungleich benannt werden.

Ein wissenschaftlicher Begriff ist also immer eineindeutig definiert. Eine eineindeutige Definition gibt an, welche Merkmale zur Zuordnung eines Gegenstandes zum Begriff einschlägig sind und welche Merkmale diese Zuordnung ausschließen.

Unter einer Definition versteht man somit die genaue Abgrenzung eines Begriffes innerhalb eines größeren Zusammenhangs unter der Verwendung anderer Begriffe (explizite Definition). Der zu definierende Begriff wird als Definiendum bezeichnet, der Begriffskomplex, durch den ein Begriff definiert wird heißt Definiens.

6.1. Messen als Abbildung empirischer in nummerische Strukturen

Um zu testen, ob ein Begriff tatsächlich in dieser Weise verwendet wird, lässt sich ein Paarvergleich (kartesisches Produkt) durchführen. Wenn die empirische Struktur gleich der Sprachstruktur ist und die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie und Transitivität aufweißt ist die Sprache eindeutig.



Wenn das numerische Relativ dem empirischen entspricht, so kann dieses ohne Informationsverlust abgebildet werden.

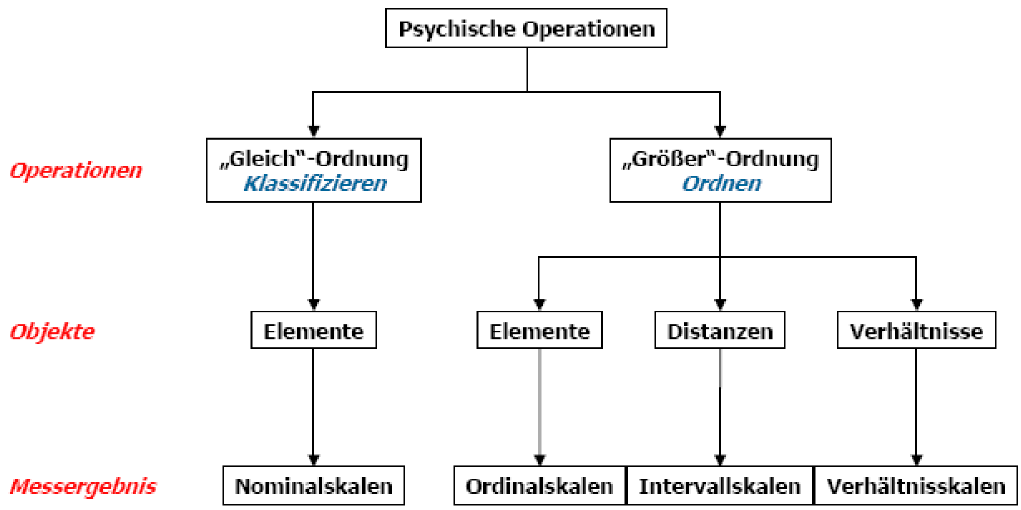
Es muss jedoch noch geklärt werden, wie geprüft werden kann, ob sich eine empirische Struktur mit den Gegebenheiten der Sprache vergleichen lässt. Um Strukturen sichtbar und prüfbar zu machen müssen diese gemessen werden. Und um etwas messen zu können muss die Struktur homomorph in ein numerisches Relativ abgebildet werden können.

Wissenschaftliche Begriffsbildung ist eine also homomorphe Abbildung empirischer Verhältnisse in Sprache. Messen ist eine homomorphe Abbildung in Zahlen. Ist eine homomorphe Abbildbarkeit eines empirischen Relativs gegeben, so kann ein numerisches Relativ das empirische repräsentieren (Repräsentationstheorem erfüllt). Ist diese Abbildbarkeit nicht erfüllt, so ist die empirische Struktur nicht messbar.

Dabei liegen der gesamten (algebraische, nicht-probabilistischen) Messtheorie zwei Relationen zugrunde: „Gleich“ und „Größer“.

Überträgt man die allgemeine Modellbildung in die Psychologie, erhält man die Frage: „Wie nimmt der Mensch die Welt wahr?“ (empirisches Relativ) und daraus die Frage: „Können diese psychischen Relativ in Zahlen ausgedrückt werden?“. Oder: „Kann man Psychisches messen?“. Diese Messoperation kann durch 4 verschiedene Modelle beschrieben werden:

- Klassifikationssysteme: „=“
- Ordnungssysteme: „>“
- Intervallsysteme: „>“ (inkl. Distanzen in Ordnungsrelation)
- Verhältnissysteme: „>“ (inkl. Verhältnisse in Ordnungsrelation)



6.2.Messmodelle bei fehlerfreier Messung

6.2.1. Repräsentationstheorem/-problem

Das Repräsentatiostheorem/-problem beschreibt, ob sich ein empirisches Relativ als numerisches Relativ darstellen – sprich messen – lässt.

6.2.2. Klassifikationssysteme, Eindeutigkeitsproblem

Gegeben ist ein empirisches System $E := \langle A, \approx \rangle$ auf der Menge A mit der Äquivalenzrelation $\approx$. Gegeben ist weiter in numerisches System $N := \langle Z, = \rangle$ auf der Menge Z mit der Gleichheitsrelation =.

Die Äquivalenzrelation hat dabei die die Eigenschaften **Reflexivität** ($A \approx A$), **Symmetrie** ($A \approx B \rightarrow B \approx A$) und **Transitivität** ($A \approx B \wedge B \approx C \rightarrow A \approx C$).

Ergibt die empirische Überprüfung des Systems E, dass diese Eigenschaften erfüllt sind, ist es möglich, E in N homomorph (linkseindeutig, rechtstotal) abzubilden. Jedem Objekt muss dabei eineindeutig eine Zahl zugeordnet werden.

Eindeutigkeitsproblem: Es eigenen sich unendlich viele Zahlenmengen, um die Elemente einer empirischen Relation abzubilden. Zwei Funktionen mit denselben Eigenschaften lassen sich jedoch über eine eineindeutige Transformation ineinander überführen. Ist diese Voraussetzung erfüllt, ist jede Funktion f eine Nominalskala.

Skala bedeutet in diesem Zusammenhang: „Die Menge der zulässigen Transformationen im numerischen Relativ, die die Repräsentation des empirischen Relativs unverändert lässt."

Repräsentationstheorem („Wann ist eine homomorphe Abbildung und damit Messen möglich?"): $\forall(a,b \in A): a \approx b \Leftrightarrow f(a) = f(b)$

6.2.2.1. Ordnungssysteme (Elemente)

Die Relation „größer" (bzw. „$\geq$") hat die Eigenschaften der **Transitivität** $A > B \wedge B > C \rightarrow A > C$ und der **Konnexität** $A \geq B \vee B \geq C$.

Eindeutigkeitsproblem: Zwei Funktionen mit denselben Eigenschaften müssen über monoton steigende Transformationen ineinander überführbar sein. Ist diese Voraussetzung erfüllt, so spricht man von einer Ordinalskala.

Repräsentationstheorem: $\forall(a,b \in A): a > b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$ und
$\forall(a,b \in A): a \approx b \Leftrightarrow f(a) = f(b)$

6.2.2.2. Größer-Ordnung: Distanzen

Für die Werte von Ratingskalen werden häufig Mittelwerte berechnet und ihnen somit Intvervallniveau unterstellt. Es ist daher wichtig zu prüfen, ob diese Unterstellung gerechtfertig ist.

Eine Möglichkeit hierzu gibt der Paarvergleich von Distanzen zwischen den Elementen. Haben diese Distanzen Ordinalniveau, so können sie sinnvoll eingeschätzt werden. Eine Skala kann danach als intervallskaliert angesehen werden.

6.2.2.3. Zusammenfassung: Skalen

Skalentyp	Zulässige Transformation	Invariant bleiben	Beispiel
NOMINAL	Jede eineindeutige Funktion	Eindeutigkeit der Messwerte	Nummerierung, Geschlecht
ORDINAL	Jede monoton steigende Funktion	Rangordnung der Messwerte	Härteskala, Schulnoten (?)
INTERVALL	Jede positiv lineare Funktion y = bx + c mit b>0	Verhältnisse der Intervalle der Messwerte	Temperatur, Nutzen
VERHÄLTNIS	Jede Ähnlichkeits-funktion y = bx	Verhältnisse von Messwerten	Cm-g-sec-System
ABSOLUT	Identitätsfunktion y = x	Messwerte	Häufigkeiten, Wahrscheinlich-keiten

6.2.3. Das Bedeutsamkeitsproblem

Eine Aussage ist bedeutsam, wenn sich ihr Wahrheitswert bei einer zulässigen Transformation der Werte nicht ändert. Diese Frage befasst sich also damit, welche Rechenoperationen dürfen mit den erhaltenen Zahlen ausgeführt werden und gehört somit in den Bereich der deskriptiven Statistik,

6.2.4. Das Skalierungsproblem

Ein weiteres Problem ist, welche Skalenwerte für eine Skala verwendet werden sollen, etwa μ= 100, σ = 15 für IQ-Werte. Meist ist dies jedoch eine Frage der mehr oder minder willkürlichen Festlegung.

6.2.5. Zusammenfassung: Algebraische Messmodelle

- Repräsentationstheorem: „Ist es möglich, das empirische Relativ, in ein numerisches Relativ homomorph abzubilden?“.
- Eindeutigkeitsproblem: „Welche anderen numerischen Relative sind ebenfalls in der Lage, diese Abbildung zu leisten?“
    - Nominalskala zur Klassifikation: eineindeutige Transformation
    - Ordinalskala zur Ordnungsbildung: monoton steigende Transform.
    - Intervallskala zur Abstandsdefinition: positiv lineare Transform.
    - Verhältnisskala: Ähnlichkeitstransformation
    - Absolutskala: Identitätstransformation
- Bedeutsamkeitsproblem: „Welche Rechenoperationen dürfen mit den erhaltenen Zahlen ausgeführt werden?“ – Deskriptive Statistik.
- Skalierungsproblem: Gibt es standardisierte Skalen?

6.3.Messmodelle bei Messungen mit Fehlern

Man unterscheidet zwischen algebraischen (deterministischen) und probabilistischen Messmodellen.

Die deterministischen Messmodelle sind algebraischer Natur, Hier wird geprüft, ob ein numerisches Relativ ein empirisches Relativ repräsentieren kann. Weiter prüfbar ist die Zahl der Verletzungen des Messmodells, ohne dass eine eigene Theorie der Fehler besteht.

Demgegenüber zeichnen sich probabilistische Messmodelle dadurch aus, dass sie Annahme über die Verteilung von Fehlern machen. Daraus resultiert auch, dass für die gemessenen Objekte oder Items Messwerte geschätzt werden müssen (sie sind ja wegen der Fehler nicht mehr eindeutig), wobei die Schätzung auf der Basis des Fehlermodells geschehen muss.

6.3.1. Wahrer Wert und Fehler

Die Grundgleichung der probabilistischen Messmodelle lautet daher:

$$X = T + e \qquad \text{(Messwert = Wahrer Wert (true) + Fehler (error))}$$

Dabei erfolgt eine grundsätzliche Unterscheidung von **systematischen Fehlern** (bias; Kriterien sind „gerichtet“ und „vorhersagbar“; Fehler tritt bei Wiederholung der Messung in gleicher Größe wieder auf) und **zufälligen Fehlern** (error; Kriterien sind „ungerichtet“, „nicht vorhersagbar“ und „unabhängig“; der Fehler tritt bei Wiederholung der Messung in zufälliger Größe auf.

6.3.2. Das Fehlermodell nach Gauss-LaPlace

Gegeben sei ein wahrer Wert t. Auf diesen wirke ein kleiner absoluter Fehler (Elementarfehler) e ein. Das Messergebnis X wird über folgende Annahmen erklärt:

- Viele kleine Fehlerquellen für Elementarfehler
- Werden per Zufall addiert oder subtrahiert
- Einzelne Fehler sind unabhängig voneinander
- Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlers ist konstant

Das Auftreten von gewissen Abweichungen vom wahren Wert t folgt also folgender Verteilung:

				t			
1 Fehler			**1(t-e)**		**1(t+e)**		
2 Fehler		**1(t-2e)**		**2(t)**		**1(t+2e)**	
3 Fehler	**1(t-3e)**		**3(t-e)**		**3(t+e)**		**1(t+3e)**

Die Koeffizienten ergeben sich aus der Entwicklung des Binoms $(0{,}5 + 0{,}5)^n$. Die gesamte Verteilung wird durch eine Binomialverteilung exakt beschrieben.

Solche Fehler werden auch als independent identically distributed (iid) bezeichnet. DeMoivre konnte zeigen, dass die Summe der iid-Fehler einer Normalverteilung folgt (Grenzwert der Binomialverteilung für $n \to \infty$ und $e \to 0$). Zufällige Fehler sind also normalverteilt ($\mu = 0$) mit einer bestimmten Streuung.

Daraus lässt sich folgern, dass eine Messung umso wahrscheinlicher den wahren Wert t trifft, je häufiger gemessen wird.

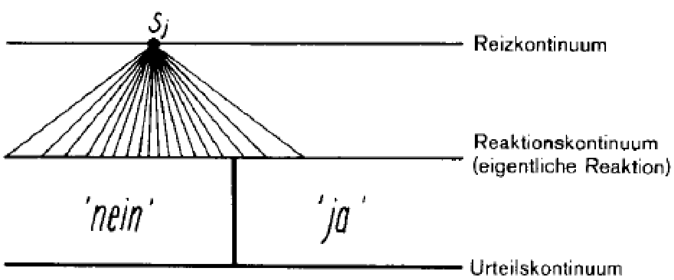
6.3.3. Die Skalierungsverfahren

Prinzipiell haben probabilistische Messmodelle die gleiche Aufgabe wie algebraische, und zwar die Untersuchung der beiden psychischen Relationen:

- „Gleich-ungleich“ → Psychometrie der Unterscheidbarkeit
- „Größer als“ → Psychometrie der Dominanz

Ein grundsätzliches Problem dabei ist, dass nicht klar ist, wie bei einer fehlerbehafteten Messung von einem Urteil des Pbn („overt reaction“) auf die zugrunde liegende Dimension („covert reaction“) geschlossen werden kann.

Die Psychophysik unterscheidet in diesem Zusammenhang zwischen der Abbildung des Reizes auf dem Sensorium (Empfindung; proximaler Reiz) und der Abbildung der Empfindung auf das Urteil (äußere Psychophysik[2]).



[2] Innere Psychophysik = Transformationen zwischen neuronalen Erregungsmustern und phänomenaler Wahrnehmung

Die Übertragung des Reizes vom Reizkontinuum aufs Reaktionskontinuum (Empfindung) läuft dabei ohne Fehler ab, die Abbildung auf das Urteilskontinuum unterliegt einer künstlichen Dichotomisierung (Schwelle) und ist fehlerbehaftet. Damit kann die Psychophysik erklären, warum probabilistisch und nicht deterministisch geantwortet wird.

6.3.3.1. Schwellenbestimmung: Absolutschwelle

Die Bestimmung der Absolutschwelle ist nicht unproblematisch, da davon auszugehen ist, dass auch Pbn antworten, wenn sie nichts mehr hören können. Daher wird ein normalverteilter Fehler in der Abbildung von Reaktionskontinuum auf das Urteilskontinuum angenommen.

Außerdem: Die Empfindungsstärke in Abhängigkeit von der Reizintensität ist ebenfalls normalverteilt (~N(μ; σ)), der Fehlerprozess (Form der Verteilung) hingegen ändert sich nicht mit der Reizintensität.

Wenn nun ein Fehler normalverteilt ist, dann schneidet die Schwelle genau 50% der Fläche einer Normalverteilung ab. Werden die relativen Häufigkeiten in z-Werte umgerechnet ergibt sich aus der psychometrischen Verteilungsfunktion eine Gerade (Achtung: Umskalierung der x-Achse). Dort wo diese Gerade die x-Achse schneidet (z = 0) liegt die 50%-Schwelle.

[Anmerkung: Neben der Schwellendefinition als mittlere 50% der Verteilung gibt es auch die Schwellendefinition als +/- 1 SD, also etwa 68% der Verteilung]

6.3.3.2. Schwellenbestimmung: Unterschiedsschwelle

Eine weitere Frage ist, wie klein der Unterschied zwischen zwei Reizen werden kann, um gerade noch als solcher erkannt zu werden. Auf dieser Basis lassen sich Schwellen auch als Einheit der Empfindungsmessung definieren.

Die ersten Untersuchungen zur Unterschiedsschwelle wurden von Weber angestellt, der annahm, dass die Schwelle ein konstanter Bruchteil der Ausgangsintensität sei:

$$\delta R = c \cdot \frac{\delta S}{S} = k$$

Diese Konstanz war für Fechner Anlasse, die Ebenmerklichkeit des δR als Einheit (Urmeter) einer psychischen Metrik anzunehmen. Die Integration der obigen Beziehung liefert (siehe auch 6.3.5):

$$R = c \cdot \log S + A$$

A ist an der Stelle der Absolutschwelle S_0 bestimmbar, wo die entsprechende Reaktion R = 0 wird. Dort gilt:

$$A = -c \cdot \log S_0 .$$

Eingesetzt in die obige Gleichung resultiert das Fechnersche Gesetz:

$$R = c \cdot \log S - c \cdot \log S_0 = c \cdot \log \frac{S}{S_0}$$

Verwendung finden diese Annahmen bei Grenzverfahren (ober-/ unterschwellig?) oder Herstellungsverfahren (gleich/ungleich?).

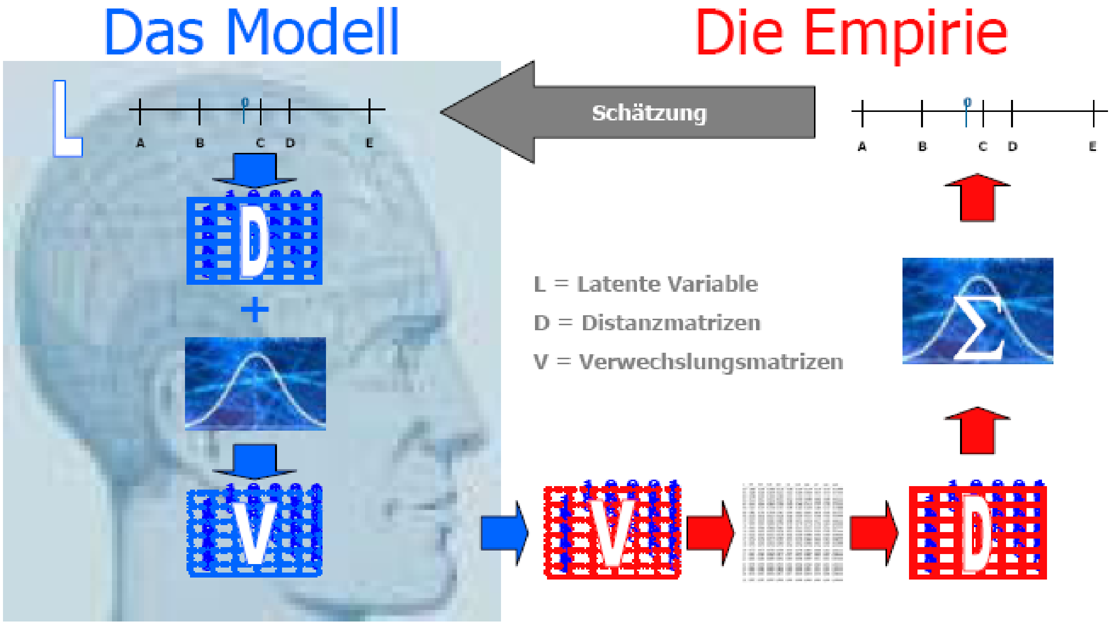
Grundannahme bei der Bestimmung einer Unterschiedsschwelle ist also: „Zwei Reize sind sich umso ähnlicher, je häufiger sie miteinander verwechselt werden. Die Urteilsverteilung ist normalverteilt.“. Außerdem gilt, dass die Differenz von 2 normalverteilten Variablen gleicher Varianz wiederum selbst normalverteilt ist.

Über Messverfahren wie z.B. das Konstanzverfahren werden verschiedene Reize gegen einen Standard verglichen, wobei die Pbn eine Bewertung nach gleich/ungleich treffen sollen. Man erhält dadurch Verwechslungshäufigkeiten.

Die 50%-Grenze wir auch als Punkt subjektiver Gleichheit bezeichnet (Point of subjective equality), der Interquartilbereich auch als 2 jnd's (just noticeable differences). Bei einer Auswertung über die Normalverteilung ergibt sich die Schwelle aus einer SD.

Man spricht in diesem Zusammenhang auch vom „Law of comparative judgement“.

6.3.4. Die Struktur eines Messmodells



Im kognitiven Apparat des Menschen wird eine latente Dimension von Merkmalsausprägungen angenommen, auf der beispielsweise Distanzen zwischen Merkmalsausprägungen repräsentiert sind („Streichfähigkeit bestimmter Margarinesorten“). Diese führt über einen normalverteilten Fehler zu Verhaltensbereitschaften (im Sinne von Urteilen), die sich in einer Verwechselungsmatrix äußern.

Werden Differenzen zwischen den Verwechselungshäufigkeiten zweier Reize gebildet lässt sich über die Normalverteilung eine Schwelle bzw. ein Unterschied schätzen. Dieser kann nun als neue Schwelle verwendet werden, um eine neue Messung durchzuführen und so das Modell erneut und präziser zu testen.

6.3.5. Anhang: Herleitung des Fechner-Gesetzes

$$f'(S) = \frac{\Delta R}{\Delta S} = \frac{c \cdot \Delta S}{S \cdot \Delta S} = \frac{c}{S}$$

$$f(S) = \int \frac{c}{s} ds = c \cdot \ln(s) + A$$

$$f(S_0) \overset{!}{=} 0 \quad \rightarrow \quad f(S) = c \cdot \log(S) - \log(S_0)$$

$$f(S) = c \cdot \log\left(\frac{S}{S_0}\right) \qquad \square$$

6.4.Praktische Probleme des Messens

In der Vorlesung ausgelassen.